

Übungen zu Relativitätstheorie I im WS 2015

Aufgabe 19

Zeigen Sie, dass Kausalitätsverletzung schon mit einer Signalgeschwindigkeit $v_s = 1 + \epsilon$ mit beliebig kleinem $\epsilon > 0$ möglich ist.

Aufgabe 20

Eine lineare Wellengleichung in einer Raumdimension habe die Dispersionsrelation $\omega(k)$, d.h. $e^{\pm i\omega(k)t + ikx}$ sind komplexe Lösungen. Sei $\phi(t, x)$ eine reelle Lösung mit $\phi(0, x) = 0$ für $x < 0$.

- a) Zeigen Sie, dass die Fouriertransformierte $\tilde{\phi}(k)$ von $\phi(0, x)$ analytisch in der unteren komplexen Halbebene ist und $\tilde{\phi}^*(k) = \tilde{\phi}(-k)$ erfüllt.
b) $\omega(k)$ sei eine ungerade Funktion. Zeigen Sie, dass

$$\phi(t, x) = \int_{-\infty}^{\infty} dk [\alpha(k)e^{-i\omega t} + \beta(k)e^{i\omega t}] e^{ikx},$$

wo die Funktionen α, β dieselbe Gleichung erfüllen wie $\tilde{\phi}$.

c) Es sei auch $\dot{\phi}(0, x) = 0$ für $x < 0$ und $\omega^2(k)$ analytisch. Bestimmen Sie das Raum-Zeit-Gebiet, in dem $\phi(t, x)$ verschwindet.

d) Es gelte $\omega(k) \propto k$ für $|k| \rightarrow \infty$. Zeigen Sie, dass $v_f = \lim_{k \rightarrow \infty} (\omega/k)$ die Bedeutung der Frontgeschwindigkeit hat.

Aufgabe 21

Zeigen Sie, dass jedes Ereignis auf dem Vergangenheitslichtkegel eines Beobachters bei geeigneter Wahl von dessen Geschwindigkeit mit ihm fast gleichzeitig gemacht werden kann. Welche Konsequenz hat das für die scheinbare Größe eines entfernten Objekts?

Aufgabe 22

Die Oberleitung einer Bahnlinie weise entlang einer Strecke L eine Höhenabweichung nach oben auf, sodass entlang dieser Strecke kein Kontakt mit Stromabnehmern möglich ist. Eine E-Lok habe 2 Stromabnehmer mit Abstand $l < L$, der Motor befinde sich in der Mitte. Ist es möglich, durch genügend hohe Geschwindigkeit der E-Lok eine Stromunterbrechung im Motor zu vermeiden?

Aufgabe 23

Die E-Lok aus 22. habe Räder mit Speichen. Zeichnen Sie eine Momentaufnahme eines Rades der bewegten E-Lok.

Aufgabe 24

Wie ist es aus der Warte eines durch kosmische Strahlung erzeugten Myons erklärlich, dass es die Erdoberfläche erreicht?

Aufgabe 25

Sei \vec{w} die durch Addition der beiden Geschwindigkeiten \vec{v} und \vec{u} resultierende Geschwindigkeit. Zeigen Sie

$$\vec{w}^2 = 1 - \frac{(1 - \vec{v}^2)(1 - \vec{u}^2)}{(1 + \vec{v} \cdot \vec{u})^2}.$$

Aufgabe 26

Berechnen Sie die Frequenz der Thomas-Präzession für eine gleichförmige Kreisbewegung mit Radius r und Geschwindigkeit v . Entwickeln Sie das Resultat für $v \ll 1$ bis zur Ordnung v^4 . Wie lautet das Resultat im ultrarelativistischen Limes $v \rightarrow 1$?