Übungen zu Relativitätstheorie I im WS 2015

Aufgabe 1

Konstruieren Sie aus den Naturkonstanten G, $\hbar$ und c eine Länge, eine Zeit und eine Masse und geben Sie deren Werte in SI-Einheiten an. Bilden Sie weiters mit Hilfe dieser Konstanten eine Ladung und vergleichen Sie sie mit der Elementarladung.

Aufgabe 2

Eine ruhende und eine geradlinig gleichförmig mit Geschwindigkeit v bewegte Uhr zeigen die Zeit t bzw. $t' = t + \Delta t$ an. Setzen Sie $\Delta t/t = f(v)$ an und leiten Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung an die Funktion f dafür her, dass Synchronisation durch langsamen Uhrentransport möglich ist.

Aufgabe 3

Für die zweite Uhr aus Aufgabe 2 sei auch eine (zeitabhängige) lineare Beschleunigung $b = d^2x/dt'^2$ zugelassen. Setzen Sie $dt'/dt = g(v, b)$. Welche Bedingung an die Funktion g folgt aus Aufgabe 2? Zeigen Sie, dass zusätzlich die Stetigkeit von g in b genügt, um Synchronisation durch langsamen Uhrentransport zu ermöglichen.

Aufgabe 4

Die Funktion $g(v, b)$ aus Aufgabe 3 sei als bekannt vorausgesetzt. Die zweite Uhr sei mit einem Beschleunigungsmesser ausgestattet. Erarbeiten Sie ein Protokoll, das es gestattet, diese Uhr zum Synchronisieren zu verwenden, auch wenn sie *beliebig* geradlinig bewegt wird.

Aufgabe 5

Ein Beobachter befindet sich in einem gewissen Abstand von einer unendlich ausgedehnten, ebenen, reflektierenden Wand. Er hält einen Laserpointer zunächst parallel zur Wand und dreht ihn dann mit konstanter Winkelgeschwindigkeit zur Wand hin. Was wird er sehen?

Aufgabe 6

Ein Licht emittierendes Objekt habe relativ zu einem Beobachter eine Geschwindigkeit mit Betrag v und Winkel θ zur Sichtlinie. Die Lichtgeschwindigkeit c im Ruhsystem des Beobachters sei unabhängig von der Geschwindigkeit des Emitters, außerdem gelte $v < c$. Berechnen Sie die Radialgeschwindigkeit $\tilde{v}_r(v, \theta)$ und die Transversalgeschwindigkeit $\tilde{v}_t(v, \theta)$, mit der das Objekt dem Beobachter bewegt erscheint. Zeigen Sie insbesondere, dass $\tilde{v}_t > c$ möglich ist. Für welche Werte von v, θ ist das der Fall?

Aufgabe 7

Die Galileigruppe wurde in der Vorlesung durch 2 Invarianzeigenschaften (i) und (ii) charakterisiert. Wie verallgemeinert sich die Gruppe, wenn nur (i) oder nur (ii) vorausgesetzt wird?

Aufgabe 8

Verifizieren Sie die Galileikovarianz des Newtonschen Gravitationsgesetzes.

Aufgabe 9

Zeigen Sie, dass die freie Schrödingergleichung nicht galileikovariant ist.

Aufgabe 10

Wie muss die Wellenfunktion $\psi(t, \vec{x})$ unter einer Geschwindigkeitstransformation transformieren, damit die Schrödingergleichung galileikovariant wird? (Anleitung: Setzen Sie an $\psi'(t', \vec{x}') = f^{-1}\psi(t, \vec{x})$ und bestimmen Sie den Faktor f). Verifizieren Sie an Hand der Wellenfunktion $\psi = 1$, dass diese Modifikation physikalisch sinnvoll ist.