

Übungen zu Relativitätstheorie I im WS 2014

Aufgabe 26

Zeigen Sie, dass das Minkowski-Skalarprodukt nicht entartet ist.

Aufgabe 27

Zeigen Sie $L_{\mathbb{R}}L_{\vec{v}} = L_{\mathbb{R}\vec{v}}L_{\mathbb{R}}$ allgemein und $L_{\mathbb{R}}L_{\vec{w}(\vec{v},\vec{u})} = L_{\vec{w}(\vec{u},\vec{v})}L_{\mathbb{R}}$, wenn \mathbb{R} die Thomasrotation von \vec{v} und \vec{u} ist.

Aufgabe 28

Welchen Transformationstyp beschreibt die allgemeinste *symmetrische* Lorentzmatrix L ?

Aufgabe 29

Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren eines allgemeinen Lorentzboosts $L_{\vec{v}}$ und einer Rotation $L_{\mathbb{R}}$ (bei geeigneter Basiswahl so gut wie keine Rechnung erforderlich!). Zeigen Sie insbesondere, dass $L_{\vec{v}}$ und $L_{\mathbb{R}}$ je zwei linear unabhängige Eigenvektoren zum Eigenwert 1 haben. Was sind daher die 2-Ebenen, die unter diesen Lorentztransformationen invariant sind?

Aufgabe 30

$L_{\vec{v}}$ und $L_{\mathbb{R}}$ sind Prototypen von zeit- bzw. raumartigen 'Drehungen'. Wie wird man diese allgemein definieren? Zeigen Sie, dass es auch Lorentztransformationen gibt, die einen lichtartigen Vektor (z.B. $(1,1,0,0)$) und einen darauf orthogonalen raumartigen Vektor (z.B. $(0,0,1,0)$) als Eigenvektoren zum Eigenwert 1 haben (lichtartige Drehungen).

Hinweis: Stellen Sie die Lorentztransformation als $L = e^A$ dar. Welche algebraische Eigenschaft hat A ?

Aufgabe 31

Wie transformiert $\vec{u} = d\vec{x}/dt$ unter einem Lorentzboost?

Aufgabe 32

Drücken Sie die Vierergeschwindigkeit u durch die Rapidität χ von $|\vec{v}|$ und die Richtungswinkel θ und ϕ von \vec{v} aus. Identifizieren Sie χ mit einer Bogenlänge im Sinn der Lorentzgeometrie und mit einem Flächeninhalt im Sinn der euklidischen Geometrie. (Lassen Sie sich vom euklidischen Analogon von χ inspirieren.)

Aufgabe 33

Ein anfänglich ruhendes Objekt wird ab einem gewissen Zeitpunkt konstant mit $b = 1g$ (Erdbeschleunigung) beschleunigt. Wie groß ist der zurückgelegte Weg nach 1, 10, 100 Jahren Eigenzeit? Wie lange braucht es für eine Strecke von 10^{10} Lichtjahren?