

1 Betrachte folgende Liste je zweier Ereignisse  $p, q$ .

- $p$  = Explosion der Supernova 1987A  
 $q$  = Geburt von Albert Einstein in Ulm
- $p$  = Explosion der Supernova 1987A  
 $q$  = Tod von Jacques Albrespic in Tours
- $p$  = Explosion der Supernova 1987A  
 $q$  = Tod von Richard Feynman in Los Angeles
- $p$  = Explosion der Supernova 1987A  
 $q$  = Geburt von Lucy (Australopithecus afarensis)

Kann  $p$  die Ursache für  $q$  sein? oder umgekehrt?

Hinweis: Daten stehen auf <http://de.wikipedia.org/wiki/Hauptseite>.

2 **Zeitdilatation:**

Gegeben sei ein inertialer Beobachter  $X$  mit Vierergeschwindigkeit  $u$ . Ein weiterer inertialer Beobachter  $X'$  habe die Vierergeschwindigkeit  $w$ . Berechne die Schnittpunkte der Ebenen der Gleichzeitigkeit  $t' = \text{const}$  von  $X'$  mit der Zeitachse von  $X$ . Bezeichne mit  $t$  die Zeitkoordinate dieser Schnittpunkte. Zeige dass  $t = \gamma^{-1}t'$ .

Berechne umgekehrt die Schnittpunkte der Ebenen der Gleichzeitigkeit  $t = \text{const}$  von  $X$  mit der Zeitachse von  $X'$ . Bezeichne mit  $t'$  die Zeitkoordinate dieser Schnittpunkte. Zeige dass  $t' = \gamma^{-1}t$ .

Folgerung: Jeder der beiden Beobachter "sieht" die Zeit des anderen langsamer ablaufen (weil  $\gamma^{-1} < 1$ ).

- 3 Gegeben sei ein lichtartiger Vektor  $k$ . Zeige: Im orthogonalen Komplement von  $k$  gibt es keine zeitartigen Vektoren, sondern nur raumartige Vektoren und eine Gerade lichtartiger Vektoren, nämlich jene die durch  $k$  selbst geht.
- 4 Prove the inverse Cauchy-Schwarz inequality when one of the vectors is light-like, and show that equality occurs only when the vectors are proportional.
- 5 Bezüglich eines Beobachters  $X$  (mit Koordinaten  $\{t, \vec{x}\}$ ) sei ein Teilchen beschrieben durch die Weltlinie

$$(2, \infty) \ni \lambda \mapsto x^\mu(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda^2 \\ 1 + 2 \sin \lambda \\ 2 \cos \lambda \\ 2\lambda \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Parametrisiere die Weltlinie nach Koordinatenzeit  $t$  und berechne die Dreiergeschwindigkeit  $\vec{v}(t)$  des Teilchens. Gib die Vierergeschwindigkeit des Teilchens an. (Warum ist ursprünglich  $\lambda > 2$  vorausgesetzt und nicht z.B. einfach  $\lambda \in \mathbb{R}$ ?)