

- 1 Bezüglich eines Beobachters X (mit Koordinaten $\{t, \vec{x}\}$) sei ein Teilchen beschrieben durch die Weltlinie

$$(-1, 1) \ni \lambda \mapsto x^\mu(\lambda) = \begin{pmatrix} \sqrt{5}\lambda \\ 1 + \lambda^2 \sin \lambda \\ \lambda^2 \cos \lambda \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Berechne die Dreiergeschwindigkeit $\vec{v}(t)$ des Teilchens. Gib die Vierergeschwindigkeit des Teilchens an. (Warum ist $\lambda \in (-1, 1)$ vorausgesetzt und nicht z.B. einfach $\lambda \in \mathbb{R}$?)

- 2 Ein Teilchen bewege sich auf einer Kreisbahn mit Radius r ; die Kreisfrequenz sei ω . (Da muß man aber aufpassen. Warum?) Gib die Weltlinie des Teilchens an. Parametrisiere dann die Weltlinie nach Eigenzeit.
- 3 Die Cousins Yksi und Kaksi sind Kaiserpinguine, die zu exakt gleicher Zeit geschlüpft sind. Während Yksi ein Leben in der Antarktis an der Ozeanküste führte, kam Kaksi bald nach seiner Geburt in den Zoo von Singapur. Nach dreißig Jahren wurde Kaksi endlich der Wunsch erfüllt, seinen Cousin Yksi wiederzusehen. Zuhause in der Antarktis stellt Kaksi jedoch fest, daß sein Cousin jetzt älter ist als er. Um wieviel? Die Bewegung der Erde um die Sonne, und die Reisezeiten nach Singapur und zurück sollen ignoriert werden.
- 4 [For self-study, will not be covered in class.] Prove the inverse Cauchy-Schwarz inequality when one of the vectors is light-like, and show that equality occurs only when the vectors are proportional.