

- 1 Sei $V = \mathbb{R}^4$ und $h^{\mu\nu} = h^{(\mu\nu)}$ von der Form

$$h^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{0} \\ \vec{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

und $t_\mu = (1, \vec{0})$, wo $\mathbf{1}$ is die 3×3 Identität Matrix. Sei weiters

$$A^\mu{}_\nu = \begin{pmatrix} 1 & \vec{0} \\ -\vec{v} & \mathbf{1} \end{pmatrix}.$$

Beweise, dass

i.

$$A^\mu{}_\nu A^\lambda{}_\rho h^{\nu\rho} = h^{\mu\lambda}, \quad (1)$$

ii.

$$A^\mu{}_\nu t_\mu = t_\nu.$$

Was kann man sagen über alle $A^\mu{}_\nu$ die (1) erfüllen?

- 2 In einem Inertielsystem bewegen sich zwei Teilchen im rechten Winkel zueinander, und mit gleichen Geschwindigkeiten v . Wie gross ist die relative Geschwindigkeit?
- 3 Seien u^μ, v^ν Vektoren im Minkowski-Raum mit $u^\mu u_\mu = v^\mu v_\mu = -1$ und $u^\mu v_\mu < 0$. Sei

$$L^\mu{}_\nu = \delta^\mu{}_\nu - 2v^\mu u_\nu + (1 - u^\alpha u_\alpha)^{-1} (u^\mu + v^\mu)(u_\nu + v_\nu).$$

Zeige, dass

i.

$$L^\mu{}_\nu u^\nu = v^\mu,$$

ii.

$$L^\mu{}_\nu L^\lambda{}_\rho \eta_{\mu\lambda} = \eta_{\nu\rho}.$$

- 4 Schreibe die Lorentz-Transformation

$$\begin{aligned} t' &= \gamma \left(t - \frac{v}{c^2} x \right) \\ x' &= \gamma (x - vt) \end{aligned}$$

wobei

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2},$$

als (2×2) -Matrix $L(v)$. Beweise, dass

$$L(v_1) L(v_2) = L\left(\frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}} \right)$$

Wie lautet die relativistische Addition für n gleiche Geschwindigkeiten? Wie oft muss man die Geschwindigkeit $v/2$ addieren, um die Geschwindigkeit $0,99c$, bzw $0,999c$ zu erreichen?